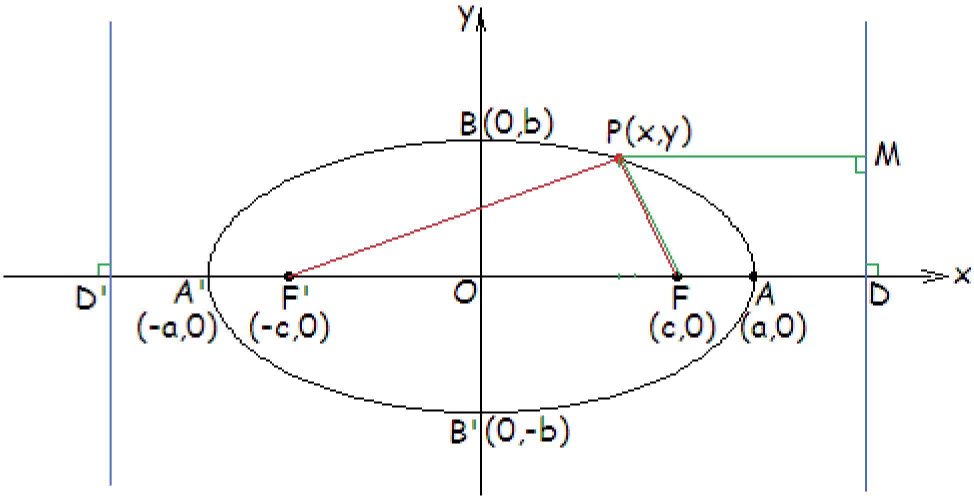
ELİPS

Sabit iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yerine ELİPS denir.



|PF|+|PF'| = |AA'| =2a

F, F' Odaklar. Odaklar arası uzaklık = |FF'|=2c

A, A' Büyük eksen uzunluğu = 2a

B, B' Küçük eksen uzunluğu = |BB'| = 2b

$a^2=b^2+c^2$

$$\frac{|PF|}{|PM|} = e = \frac{c}{a} < 1$$ Dış merkezlik.

$$x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$$ Doğrultman doğruları.

$$\frac{a-b}{b}$$ = Basıklık oranı.

$$\frac{2b^2}{a}$$ = Parametre.

$\pi a . b$ = Alan

|PF|+|PF'|=2a

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a.$$

$$(x+c)^2+y^2=4a^2-4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}+(x-c)^2+y^2.$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-c)^2+y^2} &= -\frac{1}{4a}\left(x^2+2xc+c^2+y^2-4a^2-x^2+2xc-c^2-y^2\right)\\ &= -\frac{1}{4a}\left(4xc-4a^2\right)\\ &= a-\frac{c}{a}x.\end{aligned}$$

$$x^2-2xc+c^2+y^2=a^2-2cx+\frac{c^2}{a^2}x^2.$$

$$x^2\frac{a^2-c^2}{a^2}+y^2=a^2-c^2,$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1. \qquad b^2\equiv a^2-c^2$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.}$$

Veya; $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ Merkezil Elips denklemi

Odakları y-ekseninde bulunan elipsin denklemi; $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

Elipsin merkezi (h,k) ise ; $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

ÖRNEK: Denklemi **$9x^2+16y^2=576$** olan elipsin elemanlarını bulunuz?

Denklemi düzenlediğimizde; $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$ olur.

$a^2=64$ $a=8$ Büyük eksen köşeleri: $(\pm 8,0)$
$b^2=36$ $b=6$ Küçük eksen köşeleri: $(0,\pm 6)$

$a^2=b^2+c^2$ $64=36+c^2$ $c^2=28$ $c=2\sqrt{7}$ Odaklar: $(\pm 2\sqrt{7},0)$

Dış merkezlik: $\boldsymbol{e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}}$

Doğrultman doğruları: $\boldsymbol{x=\pm\dfrac{a}{e}=\pm\dfrac{a^2}{c}=\pm\dfrac{32\sqrt{7}}{7}}$

Parametre: $\boldsymbol{\dfrac{2b^2}{a}=9}$

Basıklık oranı: $\boldsymbol{\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{1}{3}}$

Alan: $\pi a.b=48\pi$

ÖRNEK: Denklemi $25x^2+9y^2-100x+54y-44=0$ olan elipsin elemanlarını bulunuz?

$25(x-2)^2+9(y+3)^2=225$

$\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y+3)^2}{25}=1$

Merkez: $(2,-3)$
$a^2=25$ $a=5$ Büyük eksen köşeleri: $(2,2),(2,-8)$
$b^2=9$ $b=3$ Küçük eksen köşeleri: $(-1,-3),(5,-3)$
(Büyük eksen, y eksenine paralel)
$a^2=b^2+c^2$ $25=9+c^2$ $c^2=16$ $c=4$ Odaklar: $(2,1),(2,-7)$
Dış merkezlik: $\boldsymbol{e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}}$
Doğrultman doğruları: $\boldsymbol{y=-3+\frac{25}{4}=\frac{13}{4}}$ $\boldsymbol{y=-3-\frac{25}{4}=-\frac{37}{4}}$

EK ÖZELLİKLER:

x=a.cos θ y=b.sin θ Elipsin kutupsal denklemi

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ Elipsine üzerindeki (x_1,y_1) noktasından çizilen teğetin denklemi $\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1$ dir.

y=mx+n doğrusunun $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ elipsine teğet olması için; $a^2m^2+b^2=n^2$ olmalıdır.

$y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$ doğrusu **m**'in her değeri için elipse teğettir.

Elipsin paralel kirişlerinin orta noktalarının geometrik yeri Eşlenik köşegendir.

y=mx köşegeninin eşleniği $\boldsymbol{y=-\frac{b^2}{a^2m}x}$ dir.

Odakların bir teğete uzaklıkları çarpımı b^2 dir.

Dik teğetlerinin kesim noktası, O merkezli $\sqrt{a^2+b^2}$ yarıçaplı çember üzerindedir.

Odaklardan geçen doğru ile odaklar parçasının orta dikmesi elipsin simetri eksenleri, bu eksenlerin kesim noktası simetri merkezidir.

Odaklardan biri merkez olmak üzere çizilen 2a yarıçaplı çembere Doğrultman çemberi denir.

Odaklardan birinin teğete göre simetriği, diğer odağa ait doğrultman çemberi üzerindedir.

Elipsin simetri merkezini merkez kabul eden a yarıçaplı çembere Asal çember denir.

Odakların teğet üzerindeki izdüşümleri asal çember üzerindedir.