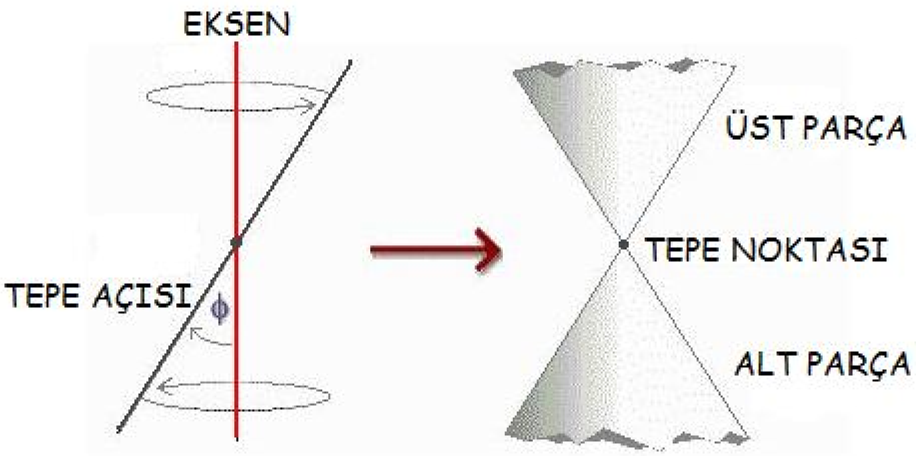
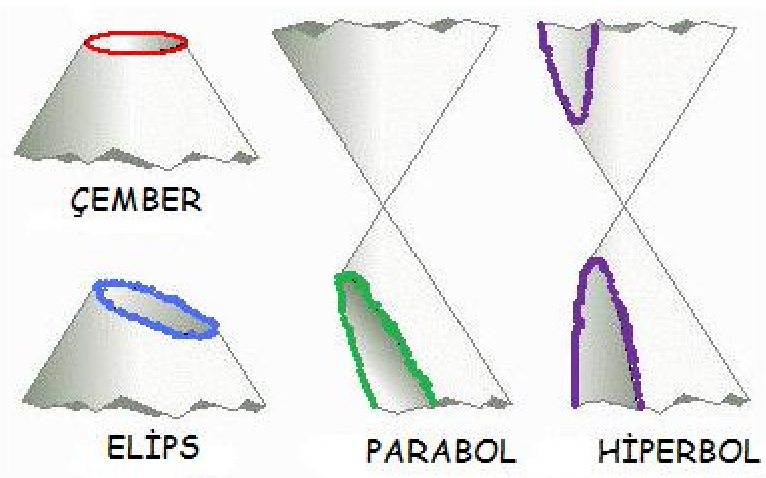
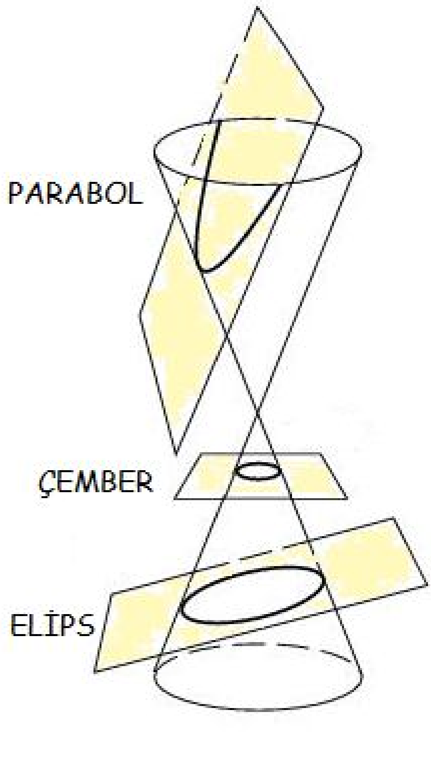
KONİKLER

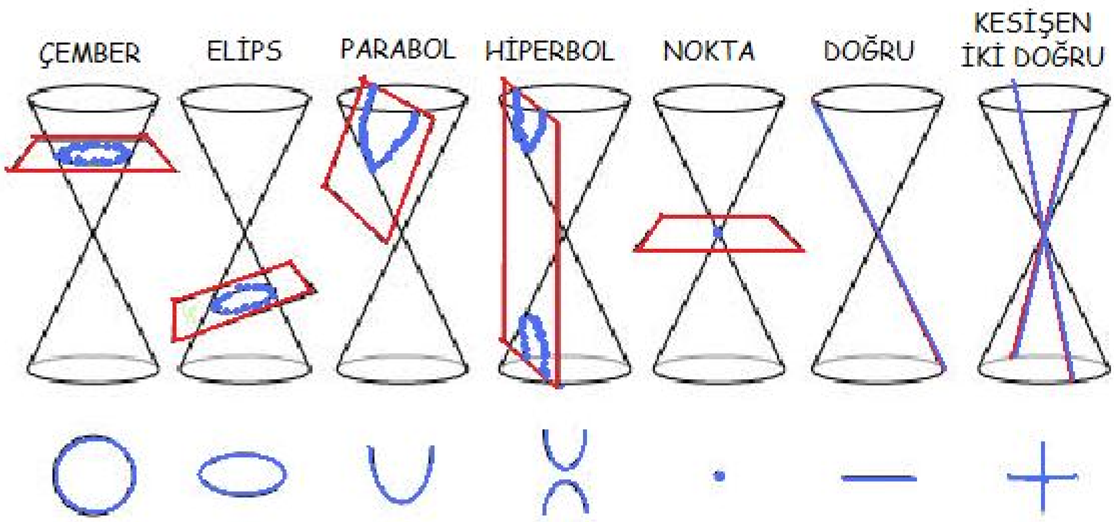
Bir eksen üzerinde verilen noktadan geçen ve eksen ile belirli açı yaparak dönen doğrunun oluşturduğu yüzeye konik yüzey denir.

Konik yüzeyin değişik düzlemler ile arakesit kümeleri çember, elips, parabol ve hiperbol gibi konikleri oluşturur.









Bu eğrileri önce genel özellikleri ile sonra da tek tek ele alıp ayrıntıları ile inceleyeceğiz.

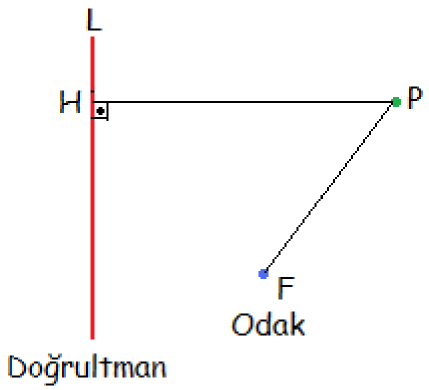
GENEL KONİK DENKLEMİ

Verilen bir noktadan ve verilen bir doğrudan uzaklıkları oranı değişmeyen noktaların geometrik yerine KONİK denir.

Verilen noktaya ODAK

Verilen doğruya DOĞRULTMAN

Değişmez oran DIŞ MERKEZLİK denir.



$$\frac{|PF|}{|PH|} = e$$ DIŞ MERKEZLİK

$e < 1$ ise konik ELİPS

$e = 1$ ise konik PARABOL

$e > 1$ ise konik HİPERBOL

Analitik incelemede:

Konik üzerinde bulunan P(x,y) noktalarının koordinatları arasında

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F = 0$ bağıntısı vardır. (GENEL KONİK DENKLEMİ)

$B^2-4AC < 0$ ise elips, çember, nokta veya boş küme.

$B^2-4AC = 0$ ise parabol, paralel veya çakışık iki doğru , boş küme.

$B^2-4AC > 0$ ise hiperbol veya kesişen iki doğru.

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F = 0$

Denkleminde;

x li ve y li terimleri yok etmek için:

$$\alpha = \frac{2CD - BE}{B^2 - 4AC} \qquad ve \qquad \beta = \frac{2AE - BD}{B^2 - 4AC}$$

olmak üzere ÖTELEME yapılır.

Verilen eşitlikte $x=X+\alpha$ ve $y=Y+\beta$ yazılır.

xy li terimi yok etmek için:

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A - C}$$

Olmak üzere DÖNME uygulanır.

Verilen eşitlikte $x=X\cos\theta - Y\sin\theta$ ve $y=X\sin\theta + Y\cos\theta$ yazılır.

ÖRNEK: $x^2+xy+y^2=3$ denklemi ile verilen eğride:

$A=B=C=1$, $D=E=0$ ve $F=-3$

$A-C=0$

$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C}$ =TANIMSIZ $2\theta=90^0$ $\theta=45^0$

$x=X\cos\theta - Y\sin\theta = X\cos 45^0 - Y\sin 45^0 = \frac{X-Y}{\sqrt{2}}$

$y=X\sin\theta + Y\cos\theta = X\sin 45^0 + Y\cos 45^0 = \frac{X+Y}{\sqrt{2}}$ değişken değişimleri yapıldığında

$\frac{X^2}{2} + \frac{Y^2}{6} = 1$ şekline dönüşür.

Bu eşitlik odakları yeni Y ekseni üzerinde olan bir ELİPS belirtir.

www.ahmetelmas.com