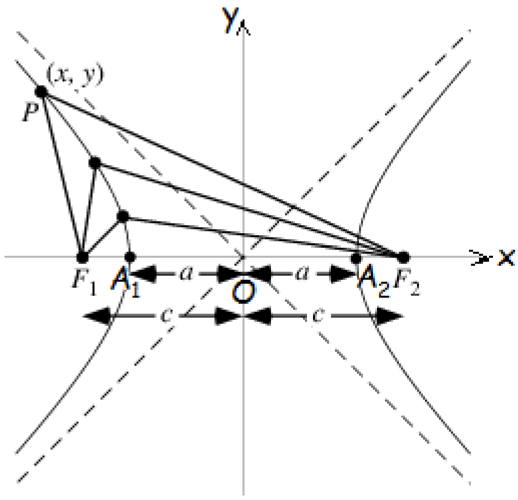
=HİPERBOL=

Sabit iki noktaya uzaklıkları farkının mutlak değeri sabit olan noktaların geometrik yerine HİPERBOL denir.



$F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$ ODAKLAR

$A_1(-a, 0)$, $A_2(a, 0)$ ASAL EKSEN KÖŞELERİ

(a < c)

$||PF_1|-|PF_2|| = 2a$

Hiperbol üzerindeki P(x,y) noktası için;

$$\sqrt{(x-c)^2+y^2} - \sqrt{(x+c)^2+y^2} = 2a.$$

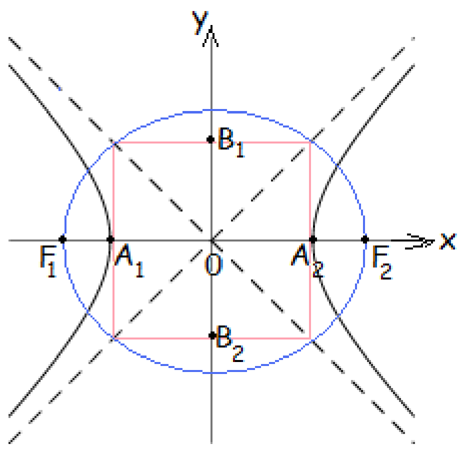
$$x^2(c^2-a^2) - a^2y^2 = a^2(c^2-a^2),$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2-a^2} = 1.$$

$$b^2 \equiv c^2 - a^2,$$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Merkezil Hiperbol Denklemi

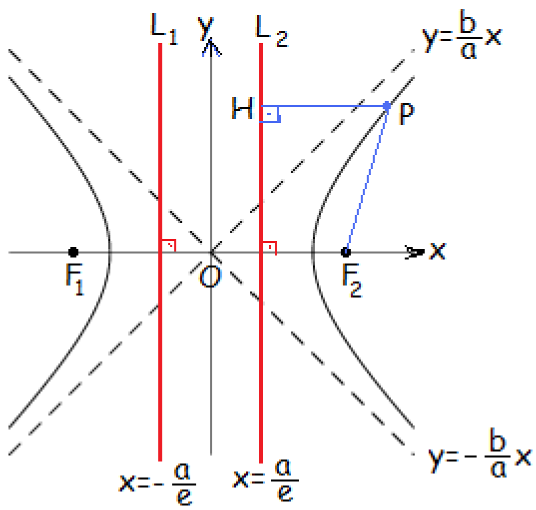


$B_1(0, b)$, $B_2(0, -b)$ YEDEK EKSEN KÖŞELERİ

$c^2 = a^2 + b^2$

Kenar uzunlukları 2a ve 2b olan dikdörtgenin köşegen doğruları ASİMPTOT

$y = \pm\frac{b}{a}x$ Asimptot denklemi



$$\frac{|PF_2|}{|PH|} = e = \frac{c}{a}$$ DIŞ MERKEZLİK

L_1: $x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c}$, L_2: $x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}$ DOĞRULTMAN

PARAMETRE = $\frac{2b^2}{a}$

ÖRNEK:

(-3,0) ve (3,0) noktalarına olan uzaklıkları farkı 5 birim olan noktaların geometrik yerinin denklemini bulunuz?

ÇÖZÜM:

Koşulu sağlayan noktalar P(x,y) olsun.

$$\sqrt{(x+3)^2+y^2}-\sqrt{(x-3)^2+y^2}=5$$

$$\sqrt{(x+3)^2+y^2}=5+\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$(x+3)^2+y^2=25+(x-3)^2+y^2+10\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$12x-25=10\sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

$$144x^2-600x+625=100x^2-600x+100y^2$$
$$44x^2-100y^2=275$$

YADA !!!

Verilen noktalar ODAK, 2c=6 , c=3

Uzaklıkları farkı ASAL EKSEN, 2a=5 , $a=\frac{5}{2}$

$c^2=a^2+b^2$

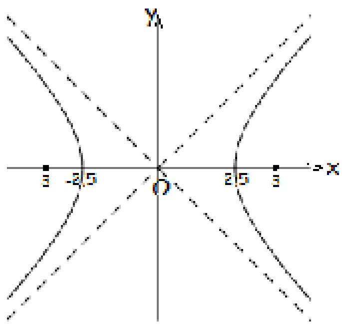
$9=\frac{25}{4}+b^2$

$b^2=\frac{11}{4}$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{x^2}{\frac{25}{4}}-\frac{y^2}{\frac{11}{4}}=1$$

$$44x^2-100y^2=275$$



ÖRNEK:
$9x^2-16y^2=144$ hiperbolünün;

Odak ve köşelerinin koordinatlarını,
Doğrultmanlarının ve asimptotlarının denklemlerini,
Parametre uzunluğunu ve dış merkezliğini bulup grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

$$9x^2-16y^2=144$$

$$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$a^2=16$ $a=4$ $A_1(-4,0)$ $A_2(4,0)$ Asal eksen köşeleri

$b^2=9$ $b=3$ $B_1(0,-3)$ $B_2(0,3)$ Sanal eksen köşeleri

$$c^2 = a^2 + b^2$$

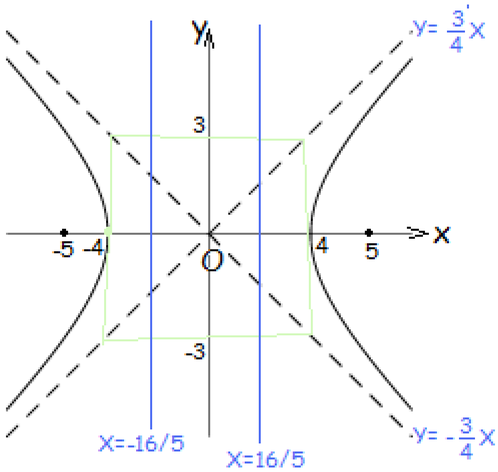
$c^2=16+9=25$ $c=5$ $F_1(-5,0)$ $F_2(5,0)$ Odaklar

L_1: $x=-\frac{a}{e}=-\frac{a^2}{c}=-\frac{16}{5}$ L_2: $x=\frac{a}{e}=\frac{a^2}{c}=\frac{16}{5}$ Doğrultmanlar

$y=\pm\frac{b}{a}x$ $y=-\frac{3}{4}x$ $y=\frac{3}{4}x$ Asimptotlar

$$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$$ Dış merkezlik

$$\frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$$ Parametre



Hiperbolün $P(x_1, y_1)$ noktasındaki teğetinin denklemi: $\frac{x.x_1}{a^2} - \frac{y.y_1}{b^2} = 1$

$y=mx+n$ doğrusunun hiperbole teğet olma koşulu (Değme şartı): $n^2=a^2m^2-b^2$

$y = mx + \sqrt{a^2m^2 - b^2}$ doğrusu m'in her değeri için hiperbole teğettir.

Bu teğetlerin değme noktalarının koordinatları: $x_0 = -\frac{a^2m}{n}$ $y_0 = -\frac{b^2}{n}$

Hiperbolün paralel kirişlerinin orta noktalarının geometrik yerine Eşlenik Köşegen denir.

$y=mx$ köşegeninin eşleniği: $y = \frac{b^2}{a^2m}x$ $m_1.m_2=\frac{b^2}{a^2}$

Odakların teğet üzerindeki izdüşümleri, O merkezli, a yarıçaplı çember (Asal Çember) üzerindedir.

Odakların teğete uzaklıkları çarpımı b^2 dir.

Hiperbolün dik teğetleri, O merkezli, $\sqrt{a^2 - b^2}$ yarıçaplı çember üzerinde kesişir.

Hiperbolün iki asimptotu ve bir teğetinin oluşturduğu üçgensel bölgenin alanı sabir olup a.b birimkaredir.

Verilen bir çembere teğet olan ve bu çemberin dışında verilen bir noktadan geçen çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri bir hiperboldür.

a=b ise Hiperbol İKİZKENAR HİPERBOL adını alır.

İkizkenar hiperbolün denklemi $x^2 - y^2 = a^2$ veya

$x.y = \frac{c^2}{4} = \frac{a^2}{2}$ (asimptotlara göre) şeklinde yazılabilir.

Odakları $(0, \mp c)$, Asal eksen köşeleri $(0, \mp a)$ olan hiperbolün denklemi:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Merkezi (h, k) ve asal ekseni x eksenine paralel olan hiperbolün denklemi:

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ Asimptotları: $y - k = \mp \frac{b}{a}(x - h)$

Merkezi (h, k) ve asal ekseni y eksenine paralel olan hiperbolün denklemi:

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ Asimptotları: $y - k = \mp \frac{a}{b}(x - h)$